第6講　力のモーメント

1

［A］ 図1のように，長さ1.8［m］の重さの無視できる軽い棒ABの中点Mに重さ20［N］のおもりをのせ，天井からつるした軽いひもを端Aに固定し，端Aから1.0［m］のところの点Cに支点をおいて支えたところ，棒は水平となってつりあった。このとき，棒がひもから受ける力の大きさは［ア］［N］であり，点Cで支点から受ける力の大きさは［イ］［N］である。［　］に当てはまる数値を答えよ。

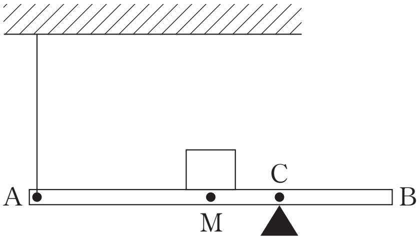


図1

［B］ 断面が正三角形，質量Mの均一な物質でできた三角柱を滑りにくい水平な机の上に置いた。その上端中央に糸をつけ，静かに水平に引っ張ったところ，滑らずに一端が床から離れた。離れるときの糸の張力を質量M，重力加速度gで表しなさい。

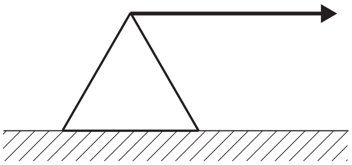


図2

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

図1のように，なめらかな鉛直壁と水平なあらい床との間に，質量 M，長さ l の一様な細い棒が水平から θ の角をなすように立てかけた状態で静止している。棒は点Aで壁に接し，点Bで床に接している。また，点Gは棒の重心の位置を示している。重力の加速度を g，棒と床との間の静止摩擦係数を μ として以下の問に答えよ。

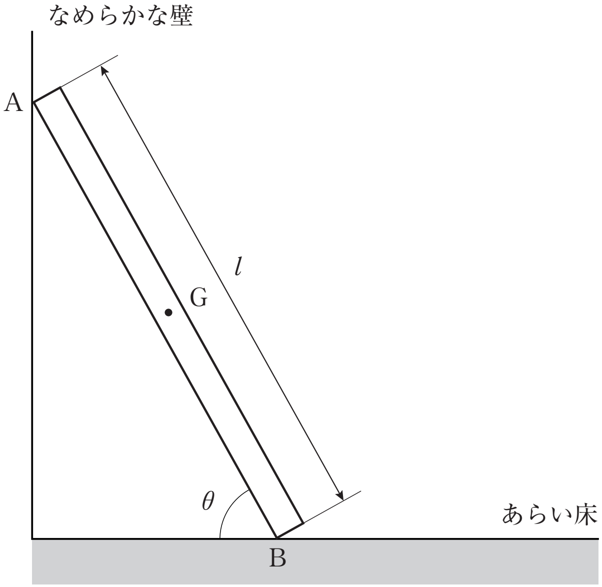


図1

問1　棒が点Aで壁から受ける垂直抗力の大きさを N_{A}，棒が点Bで床から受ける垂直抗力の大きさを N_{B}，棒と床との摩擦力の大きさを F_{B} とする。

(1)　図1と同じ図をノートに写し，棒に加わっているおのおのの力の作用点と方向を，ベクトルを用いてノートの図中に示せ。

(2)　点Bのまわりの力のモーメントのつり合いの式を示せ。

(3)　床から受ける垂直抗力の大きさ N_{B} を求めよ。

問2　棒と床との摩擦力の大きさ F_{B} を M，g，θ を用いて表せ。

問3　もし角度 θ がある値よりも小さければ，棒はすべりはじめる。棒がすべり出さないために必要な角度 θ の条件を不等式で示せ。

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問4　次に，図2のように，立てかけた棒が静止した状態で，棒の重心に水平な力 F を左向きに加えた場合を考えてみよう。

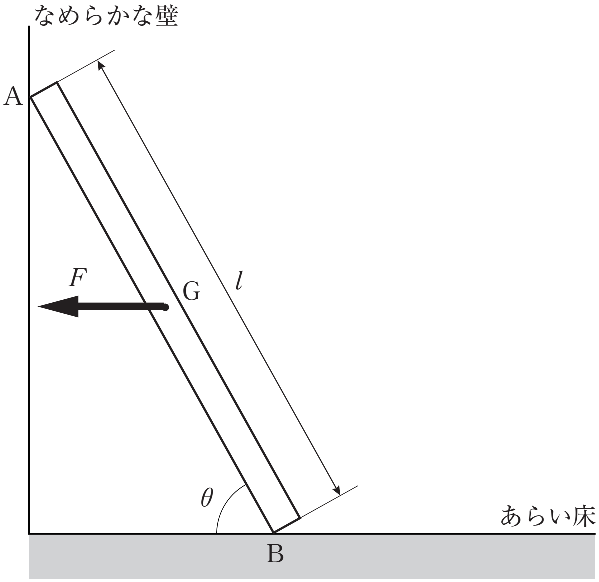


図2

(1)　図2と同じ図をノートに写し，棒が静止したままであるときに棒に加わっているおのおのの力の作用点と方向を，ベクトルを用いてノートの図中に示せ。また，それらの力の間に成り立つつり合いの式をすべて示せ。

(2)　加えた力の大きさ F がある値よりも大きいと棒はすべりはじめる。棒がすべり出さないために必要な F の条件を，M, g, θ, μ を用いて不等式で示せ。

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

以下の問題文を読んで[　　　]の中に適当な式または数値を入れなさい。{　　　}の中からは適当なものを選び，その記号を記入しなさい。ただし，棒の質量は無視でき，重力加速度を g [m/s^2] とする。

(1)　図１に示すように，長さ L [m] の棒の一端を壁上の点Ａにつけ，他端（点Ｂ）には糸をつなぐ。棒は張力 T [N] で糸に引っ張られており，壁からは垂直抗力 N [N] を受け，壁との間に摩擦力 R [N] がはたらいている。さらに，棒には壁側から距離 a [m] のところに質量 m [kg] のおもりが付けられていて，棒と壁のなす角は常に 90° に保たれた状態で静止している。なお，糸と棒のなす角 θ は糸の長さと壁上の点Ｃの位置を変えることにより変えられるものとする。

点Ａのまわりの力のモーメントのつり合いから，糸にはたらく張力 T [N] の大きさは[　1　] [N] となる。これを用いると，棒にはたらく力のつり合いから，垂直抗力 N [N] の大きさは[　2　] [N]，摩擦力 R [N] の大きさは[　3　] [N] となる。

(2)　次に，糸の長さを調節して点Ｃの位置を壁上でずらして，$\theta=45°$ としたあと，おもりを $a=L$ [m] の位置（点Ｂ）につけた。おもりの位置をゆっくりと左に動かして $a=\frac{1}{2}L$ [m] となったとき，棒は静止したままだったが，これより少しでも左へ動かすと棒はすべりだした。棒と壁の静止摩擦係数を μ_0 とすると，最大静止摩擦力 R_{max} [N] は μ_0 と垂直抗力 N [N] を用いて，$R_{max}=$ [　4　] [N] と表される。$a=\frac{1}{2}L$ [m] のとき，摩擦力 R [N] は最大摩擦力 R_{max} [N] に等しいので，静止摩擦係数は $\mu_0=$ [　5　] であることがわかる。

(3)　次に，図２に示すように今度は糸をつける位置を棒の中央にして，点Ｂに質量 m [kg] のおもりをつけた。棒と壁のなす角は 90° で静止した状態にある。このとき糸にはたらく張力 T [N] の大きさは[　6　] [N] となり，これを用いると，垂直抗力 N [N] の大きさは[　7　] [N]，摩擦力 R [N] の大きさは，[　8　] [N] となる。さらに糸の長さを調節して点Ｃの位置をずらして $\theta=60°$ としたとき，最大摩擦力 R_{max} の大きさは[　9　] [N] となるので，棒は[　10　{(ア)　静止したままである，(イ)　棒はすべりだす}　]。

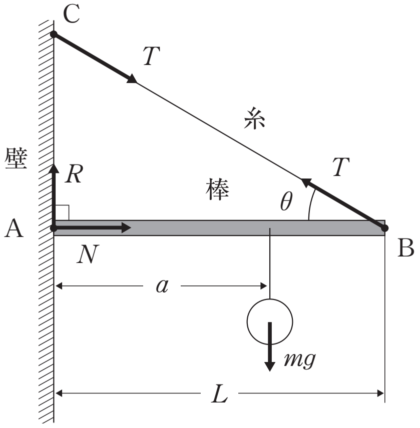


図１

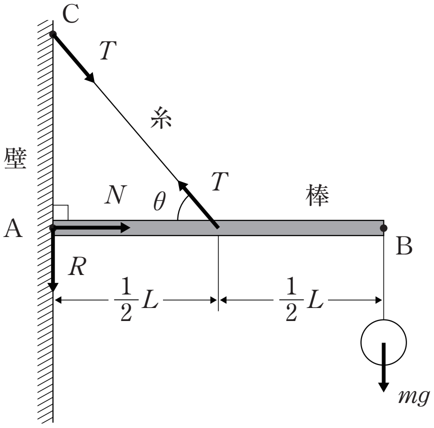


図２

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第６講　確認テスト

次の文章を読んで，後の問に答えなさい。なお，重力加速度の大きさを g [m/s^2] とする。

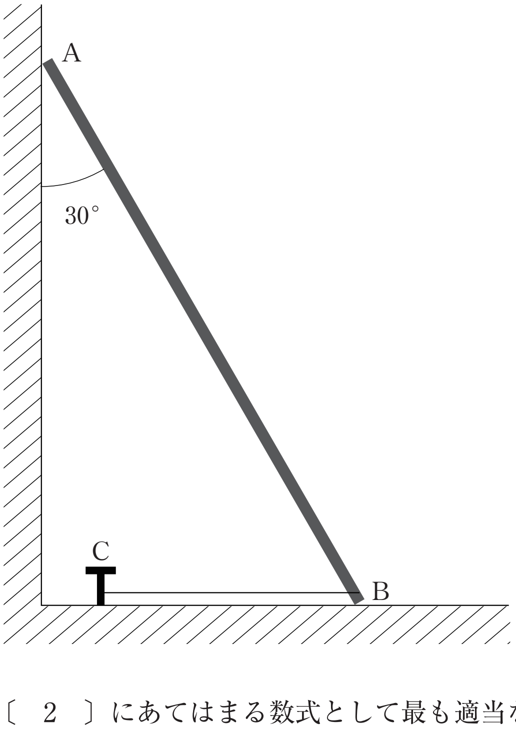
図のように，なめらかで水平な床となめらかで鉛直な壁に，長さ l [m]，質量 m [kg] のはしご AB が，水平なロープ BC で下端 B を支えることで壁となす角度を 30° に保って，立てかけられている。なお，はしごの質量の分布は一様であるとする。

はしご AB が，A 点で壁から受ける垂直抗力の大きさを N_A [N] とする。A 点での垂直抗力とはしごに作用する重力の，B 点のまわりの力のモーメントのつり合いの式は，

$-N_A\times$〔　1　〕$+mg\times$〔　2　〕$=0$

と表すことができ，この式より N_A は〔　3　〕[N] と求められる。また，はしごが B 点で床から受ける垂直抗力の大きさは，鉛直方向の力のつり合いから〔　4　〕[N] である。また，水平方向の力のつり合いから，ロープ BC の張力は〔　5　〕[N] である。

はしご AB の重さの２倍の体重の人が，はしごの上端 A まで達するためには，ロープ BC は〔　6　〕[N] の張力に耐える必要がある。その人がはしごの上端 A に達したとき，はしごが B 点で床から受ける垂直抗力の大きさは〔　7　〕[N] である。



問１　空所〔　1　〕，〔　2　〕にあてはまる数式として最も適当なものを，次の中からそれぞれ一つ選びなさい。

①　$\frac{1}{4}l$　②　$\frac{\sqrt{3}}{4}l$　③　$\frac{1}{2}l$　④　$\frac{\sqrt{3}}{3}l$

⑤　$\frac{\sqrt{3}}{2}l$　⑥　l　⑦　$\frac{2\sqrt{3}}{3}l$　⑧　$2l$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問２　空所〔　3　〕,〔　4　〕,〔　5　〕にあてはまる数式として最も適当なものを，次の中からそれぞれ一つ選びなさい。

① $\frac{\sqrt{3}}{6}mg$　② $\frac{1}{2}mg$　③ $\frac{\sqrt{3}}{3}mg$　④ $\frac{\sqrt{3}}{2}mg$

⑤ mg　⑥ $\sqrt{3}\,mg$　⑦ $2mg$　⑧ $3mg$

問３　空所〔　6　〕,〔　7　〕にあてはまる数式として最も適当なものを，次の中からそれぞれ一つ選びなさい。

① $\frac{\sqrt{3}}{2}mg$　② $\frac{5\sqrt{3}}{6}mg$　③ $\frac{5\sqrt{3}}{2}mg$　④ $\frac{1}{2}mg$

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}mg$　⑥ mg　⑦ $2mg$　⑧ $3mg$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第６講　解答

1

［A］　ア：2.0 [N]　　　イ：18 [N]

［B］　$\frac{1}{\sqrt{3}}Mg$

2

問１　(1)　下図（左）　　(2)　$-N_A l\sin\theta+Mg\frac{l}{2}\cos\theta=0$

(3)　$N_B=Mg$

問２　$F_B=\frac{Mg}{2\tan\theta}$　　問３　$\frac{1}{2\mu}\leqq\tan\theta$

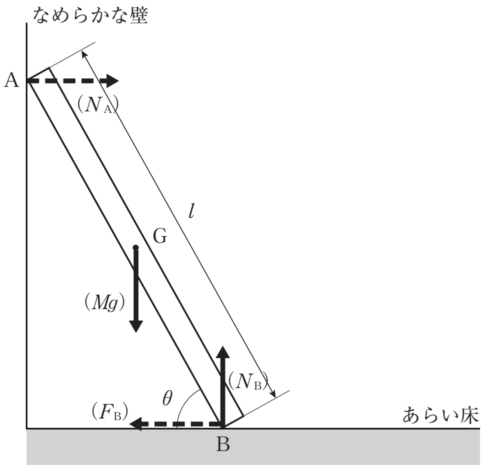
問４

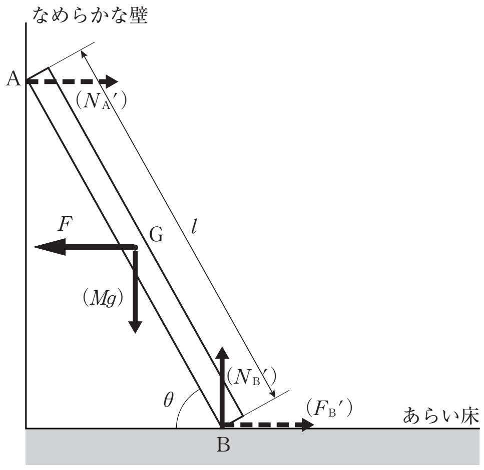
(1)　下図（右），

水平方向　$N_A'+F_B'-F=0$,　　鉛直方向　$-Mg+N_B'=0$,

モーメント　$-N_A' l\sin\theta+F\frac{l}{2}\sin\theta+Mg\frac{l}{2}\cos\theta=0$

(2)　$F\leqq Mg\left(2\mu+\frac{1}{\tan\theta}\right)$





3

(1)　$\frac{a}{L\sin\theta}mg$　(2)　$\frac{a}{L\tan\theta}mg$　(3)　$\frac{L-a}{L}mg$　(4)　$\mu_0 N$

(5)　1　(6)　$\frac{2mg}{\sin\theta}$　(7)　$\frac{2mg}{\tan\theta}$　(8)　mg

(9)　$\frac{2mg}{\sqrt{3}}$　(10)　(ア)

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第6講　確認テスト

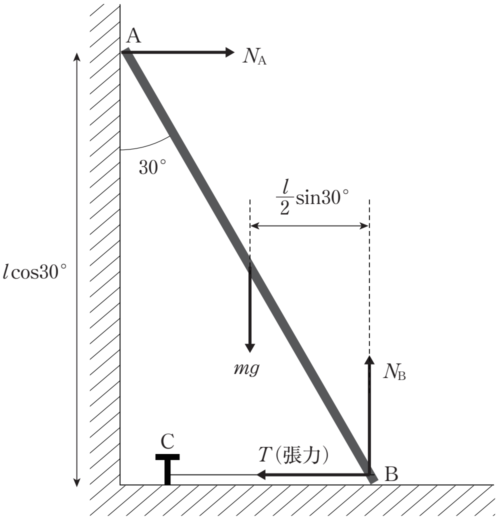
【解答】

1　⑤,　　2　①,　　3　①,　　4　⑤,　　5　①

6　②,　　7　⑧

【解説】

N_{A} と mg の腕の長さは図の様になるので，
点Bのまわりの力のモーメントのつりあいは



$$-N_{\mathrm{A}}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\boldsymbol{l}_{〔1〕}+mg\times\frac{\boldsymbol{l}}{4}_{〔2〕}=0$$

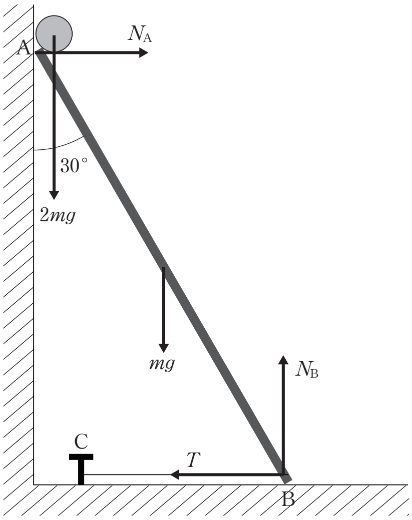
よって，

$$N_{\mathrm{A}}=\frac{\sqrt{3}}{6}\boldsymbol{mg}_{〔3〕}$$

力のつりあいを考えると，

$$\begin{cases}N_{\mathrm{B}}=mg\\ N_{\mathrm{A}}=T\end{cases}\quad\therefore\quad \begin{aligned}N_{\mathrm{B}}&=\boldsymbol{mg}_{〔4〕}\\ T&=\frac{\sqrt{3}}{6}\boldsymbol{mg}_{〔5〕}\end{aligned}$$

A点に質量 $2m$ [kg] の人が乗ったとして，
B点まわりの力のモーメントのつりあいは，



$$-\frac{\sqrt{3}}{2}l\cdot N_{\mathrm{A}}+mg\cdot\frac{l}{4}+2mg\cdot\frac{l}{2}=0$$

$$\therefore\quad N_{\mathrm{A}}=\frac{5}{2\sqrt{3}}mg=\frac{5\sqrt{3}}{6}mg$$

また，力のつりあいから，

$$\begin{cases}T=N_{\mathrm{A}}\\ 2mg+mg=N_{\mathrm{B}}\end{cases}$$

よって

$$T=\frac{5\sqrt{3}}{6}\boldsymbol{mg}_{〔6〕}$$

$$N_{\mathrm{B}}=\boldsymbol{3mg}_{〔7〕}$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。